

Newton の運動方程式は $F=ma$ か $ma=F$ か 第一報 - 日本では $ma=F$ が優位である -

$F=ma$ or $ma=F$, Which is Suitable Formula for the Newton's Equation of Motion?

1. $-ma=F$ is common in Japan-

安藤 準

Hitoshi ANDO

要 旨

Newton の運動方程式は、 $F=ma$ と $ma=F$ と表記される。等式の左右には意味があるので、加速度 a と力 F の因果関係からすれば $ma=F$ だというのは納得できる。教育現場でも利便性が高い。しかし $ma=F$ が見られるのは日本のみで、海外ではほぼ $F=ma$ である。 $ma=F$ には欠点もあり、質量 m についての因果関係を考えると、 m が左辺に位置するのは不自然である。いっぽう $F=ma$ にも、 $W=mg$ との対応関係など利点がある。運動方程式が力の定義式か加速度の定義式か、という議論は世界中で行われているのだが、国際的にはこれが方程式の表記法に反映されない理由は、今のところ分からない。

はじめに - Newton の運動方程式 -

ニュートン (Sir Isaac Newton, 1642-1727) の運動方程式 $F=ma$ は、彼の運動の 3 法則のうち第 2 法則を説明する式で、古典力学において最も重要な方程式の 1 つである。したがって力学のあらゆる場面に登場するのだが、その記述方法に、 $F=ma$ と $ma=F$ の 2 通りが見られる。これらは、単に文脈上の都合で使い分けられる場合も、強いこだわりを持って選ばれている場合もあるようだ。また日本と海外では違いがあるのだろうか。そもそも本家 Newton はどのように扱ったのか。以上に興味を湧いたのでこの記述法について少し調べてみた。

記述法について言及するに先立ってそれぞれの文字の意味を説明しておく。まず F とは、force の頭文字で、“力”のことである。物理量をアルファベットで表す場合は小文字を用いる場合が多いが、小文字 f には frequency である振動数が当てられることがあり、そのためにこちらは大文字なのだと推察される。その程度のことなので大文字小文字の区別は気にする必要はないが、太字になっていることには明確な意味がある。力とは、何か物体を動かすときにその物体に、えいやと与えるものだが、その時に東の方向に動かしたいのかまたは持ち上げたいのか、力にはかける方向が存在する。このように方向の要素を含んでいる量をベクトル量というが、ベクトル量を表す際には、文字

の上に矢印を付け、 \vec{F} のように表すか、あるいは太文字で \mathbf{F} や \mathbf{F} とする。次に m は、mass の頭文字で質量のことである。これはベクトル量ではないので太文字にしない。質量のように方向を含まない物理量をスカラー量と言う。最後の a は、acceleration、つまり加速度を表す。加速度とは、速度が変化する割合のことで、速度がベクトル量なので加速度もベクトル量で、やはり太文字で表記してある。

したがって Newton の運動方程式は“質量 $m[\text{kg}]$ の物体に $F[\text{N}]$ の力をかけ続けると、その物体は $a[\text{m}/\text{s}^2]$ の加速度で加速する”ということを説明する式である。力の単位 $[\text{N}]$ は、ニュートンと読み、 $[\text{N}]=[\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2]$ であるのはこの運動方程式から分かる通りだが、出てくるたびに $[\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2]$ と書くのが煩わしいので、これを $[\text{N}]$ という 1 文字の単位にして表そうというわけである。しかし単位についてはここでは気にしなくて良い。

数式における記述の順番には意味がある

数式は単に量的関係を示すだけでなく、それぞれの要素の意味を含むので、等号の左右や要素の順番には注意しなくてはならない。ある小学校のテストで、掛け算の順番の書き方によって減点されたということが話題になったが、“みかんを 1 人 5 個ずつ、3 人に分ける。全部で何個必要か？”という場合、 $5[\text{個}] \times 3[\text{人}] = 15[\text{個}]$ という順番で記述するのが自

然である。しかし、“みかんを3人に公平に分配したところ、最終的に5個ずつ持たせられた。配ったみかんは何個か？”ということならどうだろう。この場合、3人に1個ずつ渡すという作業を5回繰り返したのだから、 $3[\text{個}] \times 5[\text{回}] = 15[\text{個}]$ と、こう記述した方が良さそうだ。減点の是非はともかく、以上のように数式内の要素の位置関係にはしかるべき意味が存在し、等号の左右辺の位置関係についても同様である。

Newtonの運動方程式について、 F と ma が等しい、あるいは比例することが分かりそれで充分だと思えば何も悩むことはない。しかし $F=ma$ と $ma=F$ では、計算上は同じでも意味するものは同じではなく、前者は力 F の定義式であるし、後者は加速度 a の定義式という意味になる。

Newtonと『プリンキピア』

運動の3法則が登場するのは、Newton最大の著作『プリンキピア』(図1)の中である。ここで著者Newtonについて、また運動の3法則がどのように説明されているのか簡単に示す。

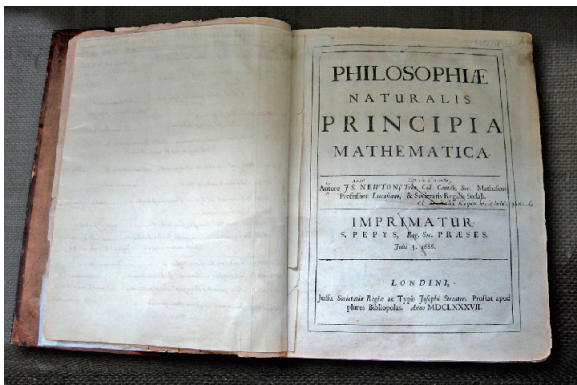


図1. 『プリンキピア』第1巻初版の表紙

(https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Newtons_Principia.jpg より)

アイザック＝ニュートン(Sir Isaac Newton)は、古典力学の中核であるニュートン力学を確立しただけでなく、微分積分学の発見をした1人であることも重要である。彼は、実験科学の祖ガリレイ(Galileo Galilei)が世を去った年である1642年のクリスマスに、イングランド東海岸の寒村Woolsthorpe(ウールズソープ)に生まれた。“Isaac”というファーストネームから想像しがちだが、Newtonはユダヤ系ではないようだ。「我、仮説と作らず」と言ったように、彼は非常に“科学的”な根本を持った人物だが、晩年は錬金術に没頭したという。現代の視点から見れば奇異な興味だが、錬金術あってこそその近代化学なのだから、Newtonは生涯を通じて当時の科学の最先端を突っ走っていたわ

けである。

『プリンキピア』は、1687年に出版されたものだが、ハレー彗星で有名なEdmond Halleyの強い勧めにより纏められた。ハレーは出版費用を出資し、さらにフックの法則のRobert Hookeからかけられた剽窃の嫌疑を仲裁するという献身ぶりであった。

『プリンキピア』の正式な題名は“*Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*”で、“自然哲学の数学的諸原理”と通常訳される。ラテン語で記された全3巻にわたる大作である。その内容は以下の通りである。
第1巻：真空中の物体の運動における法則。
第2巻：抵抗のある媒質中の物体の運動における法則。
第3巻：世界の体系について(万有引力の数学的法則)。

運動の3法則は諸原理の前提として第1巻の初めに記されている。それらの説明の邦訳⁽¹⁾は以下の通りである。

第1法則：慣性の法則

すべての物体は、その静止の状態を、あるいは直線上の様な運動の状態を、外力によってその状態を変えられない限り、そのまま続ける。

第2法則：運動の法則

運動の変化は、及ぼされる駆動力に比例し、その力が及ぼされる直線の間に行われる。

第3法則：作用・反作用の法則

作用に対し反作用はつねに逆向きで相等しい、あるいは2物体の相互の作用はつねに相等しく逆向きである。

ただし以上の内容は既にDescartesやGalileiらによって研究されており、Newtonも第2法則がGalileiのものだとはっきりと言っている。つまりこれらはプリンキピアの主題ではなく、ほんの前置きとして添えられているということである。

これらの前置きを受けて数多くの命題の証明が続くのだが、その説明が全て古代ギリシアのEukleidēs(エウクレイデス)の『原論』にならって、つまりユークリッド幾何学のみを駆使して説明されており(図2)、既にNewtonらによって研究が進められていたはずの微分・積分はおろか、現代の数式表記に通じるような解析学的記述が全く見られない。このことも非常に難解な著作と言われる理由の1つと考えられるが、Descartesの“渦動論”のような曖昧さのあるものを徹底的に排除しながら、Keplerの法則から万有引力を導き、地動説を確固たるものとしたのだから、その程度の難解さなどは吹き飛んでしまう。

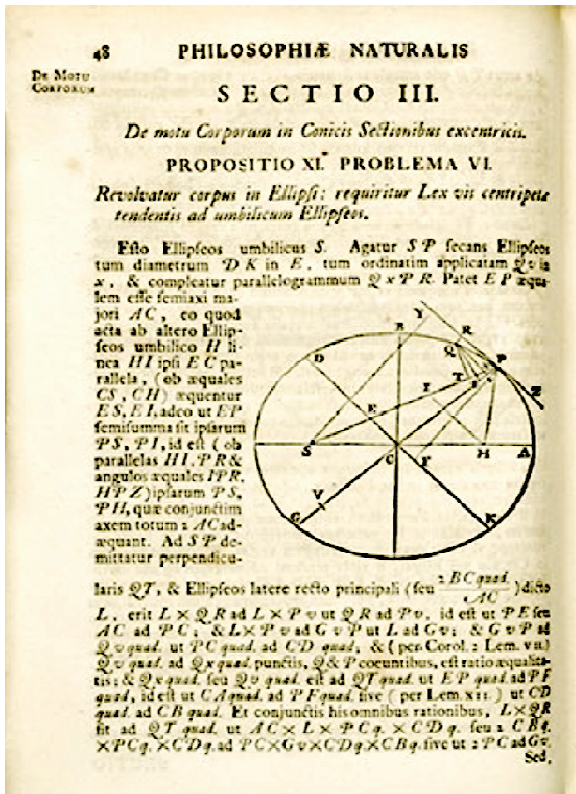


図2. プリンキピア』第3巻冒頭
(<https://www.maa.org/press/periodicals/convergence/mathematical-treasure-newtons-principia-mathematica>)

第2法則の解釈

問題の運動方程式は、このうちの第2法則が説明するところの方程式である。しかし Newton の説明は以上のごとく言葉による説明のみであるし、補足的な命題がいくつもあるが、どれも徹底して幾何学的な説明であり、なかなか現代の数式の形に繋がらない。したがって Newton の言葉を数式に翻訳せねばならない。

まず“運動の変化 (mutatio motus)”とあるが、ここは“運動の量”とも訳され⁽¹⁹⁾、現代の言葉で言えば運動量 $m\mathbf{v}$ ([質量 m] × [運動速度 \mathbf{v}]) という物理量で、その時間変化 (dt) が、“及ぼされる駆動力”つまり外からかける力 F に比例するのだから、第2法則を忠実に現代風に数式化すると、

$$\frac{d(m\mathbf{v})}{dt} \propto \mathbf{F} \text{---(1)}$$

と表される。質量 m が“運動の変化”の中に含まれており、ここには質量の直接の説明はない。しかしプリンキピアの一番最初の定義1に、「物質の量、すなわち質量とは、物質の密度と体積の積である。この量は、私が精確に行った振り子の実験により、重さに比

例することが見出された⁽²⁾。」とある。“質量” m は、慣性質量という量で、“重さ”を重力質量と言う。慣性質量 m は時間変化しないので \mathbf{v} から離すと、

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} \propto \mathbf{F} \text{---(2)}$$

となる。式(2)の、 $d\mathbf{v}/dt$ は加速度 \mathbf{a} のことに他ならない。また“比例する”とあるので、式(1)および(2)で等式でなく比例の式としたが、比例式は各要素の単位の設定の仕方により等式となるので、等式と同じものと考えて構わない。式(4)の形をもって運動方程式とされることが多く、質量 m は比例定数のように置かれることになる。これを良しとすれば運動方程式は

$$m\mathbf{a}=\mathbf{F}$$

の形とするのが自然に思われる。

ここで、Newton 自身が言及していない時間変化のことを言ったが、第2法則の時間変化について Maxwell は、“運動の変化”であり、“変化率”ではないから、(1)や(2)のような微分方程式ではなく、

$$\Delta(m\mathbf{v}) = \mathbf{F}\Delta t$$

つまり、現代の言葉を用いれば運動量 ($m\mathbf{v}$) の変化と力積 ($\mathbf{F}t$) の変化の関係を説明したものであると指摘している。力が働く時間を考慮に入れているということで、これは的を得た解釈である⁽¹⁾。しかし『プリンキピア』の中には力を、ここで言う $\mathbf{F}t$ (力積あるいは撃力) の意味で使う場合と、単なる力 F そのものの意味の場合と両方ある⁽¹⁾ようで、Newton の意図は依然すっきりしない。

順 Newton 問題と逆 Newton 問題

第2法則を数式化するのに重要なことは、運動の変化(率)を定義するのか、力を定義するのかということになる。この問題は長らく議論され続けている順 Newton 問題と逆 Newton 問題と関連する。Newton が『プリンキピア』で意図したのは、万有引力から Kepler の法則を導くことではなく、Kepler の法則から万有引力を導くことであった⁽¹⁾。つまり、天体間に働く力の大きさが既知で、それを用いて天体が運行する軌道を計算しようと言うのではなく、観測された天体の軌道から天体間に働く引力、すなわち万有引力を求めることに主眼があった。前者のように力から運動を求めることを逆 Newton 問題と呼び、運動から力を求めることを順 Newton 問題と呼ぶ。

『プリンキピア』で“力 → 運動”、“運動 → 力”の両方を意識すると Newton は明記したのであるが、実際は順 Newton 問題しか解いていないと言われるほど、

逆 Newton 問題の記述はあっさりである⁽¹⁾。もしそうであれば、Newton 自身の発想にあったのは $F=ma$ つまり力の定義であり、 $ma=F$ つまり運動の変化の定義はほとんど念頭に無かったということなのではなからうか？

ここで、一般的な力を、特殊な力である地球表面における重力と置き換えて考えてみる。地球表面上で働く重力 W という万有引力の大きさは、落下する物体の質量 m (ここでの質量は重力質量) に、重力が原因で生じる重力加速度 g を乗じて求められる。この関係式は、この説明の通りもつばら

$$W = mg$$

で表され、 $mg = W$ と記される例は見ることがない。ならば運動方程式は $W = mg$ が一般化された状態で、 W に対応するのが F 、慣性質量は重力質量に比例するという前提の上で g に対応するのが a なのだから、

$$F = ma$$

なのではないだろうか。逆に言えば、運動方程式が加速度の定義式ならば、重力を用いて重力加速度の定義をした式が一般化されても良いのではなからうか？

ただし運動方程式は、既に Newton の手を離れ、おそらくは Newton 自身の思っていたよりも重要なものになっており、単純にオリジナルの発想に倣えばよいということではなくなっている。

$ma=F$ であるべき理由

運動方程式の等式の左右にこだわる時には、 $ma=F$ が主張されることが多い。山本は、大学受験生向けの解説書⁽²⁾の中で以下のように説明している。「... $ma=F$ と書かれることが多い。... この式の等号の意味を、... 右辺と左辺が等しいと単純に理解してはいけない。[$p=m\mathbf{v}$] はたしかに“質量 [m] に速度 [\mathbf{v}] を掛けたものが運動量 [p] である”という [運動量の] 定義式を表している。しかし [$ma=F$] は「質量に加速度を掛けたものが力である」ということを表しているのでは決してない。この式は「物体 m に力 F を加えたならば、その結果として加速度 a が生じる」という因果関係 (原因・結果関係) を表しているのである。右辺と左辺が等しいというのは量的関係だけで、概念的意味内容としては右辺と左辺は異なる。つまり右辺は運動の変化の原因としての加えられた力であり、それは単なる数学的定義に帰しえない実体的起源をもつ。他方、左辺はその結果として生じた運動の変化の割合を表している。もちろん現実の問題としては、... 結果としての運動が与えられていて、そこから運動方程式に基づいて働いている力を推定するというものもある。

しかしそれでも運動方程式はあくまで物理的な因果関係を表しているのであり、力の定義式では決していない(強調、太字は原文の通り、... は中略、[] は補完)。彼によれば、物理量の等式は、

$$[\text{結果}] = [\text{原因}]$$

と、右辺の原因によって左辺が決定されることと、そして力という物理量は加速度が原因となって生じるものではなく、原因としての力が加えられて初めて加速度が生じるのだから $ma=F$ でなくてはならないという主張で、大変説得力がある。

和田は著書⁽²⁾で、この第2法則が運動の変化は力に“比例する”と書かれていることへのコメントに続いて次のように述べている。「テコの原理は使わず、運動の3法則だけで話を閉じようとすれば、比率も含めて力の大きさは第2法則から決めずしかない。しかしだからといって、第2法則が力の定義式だと言っではいけない。ある特定の物体の運動を観察して、第2法則 (すなわち運動量の変化率=力の式) を使って力を決めたら、同じ力が働いているはずの他のいかなる状況でもこの関係が成り立つというのが、第2法則の内容である」。さらに運動の3法則の関係の中で第2法則に対し、次のように説明している。「外部からの影響があると加速度が生じるが、その影響はベクトル量によって定量的に表され (それを力と呼ぶ)、質量 × 加速度 = 力 という関係が成り立つ。」ここでも、第2法則は力の定義式ではないから、質量 × 加速度 = 力 つまり “ $ma=F$ ” であると記している。

また以下のような説明⁽⁴⁾もある。

「運動方程式は $ma=F$ のか、あるいは $F=ma$ なのか? ... 学校では $ma=F$ と $F=ma$ のどちらを覚えるべきか?

数式は、一般に左から右へ向かって読み、式の意味もその順で理解される。したがって、運動方程式を $ma=F$ と考えると、加速度の定義と理解される。つまり、加速度 a とは、それに質量 m をかけたものが力 F になるようなものとなる。変形して $a=F/m$ とし、加速度は力に比例し質量に反比例するとしてもよい。逆に、運動方程式を $F=ma$ と見れば、今度は力の定義と考えられる。力 F とは、加速度 a に質量 m をかけたものとなるのだ。

公式の物理的意味を考えることも重要ではあるが、高等学校の授業では、運動方程式を使って加速度を計算で求める問題を解くことが必要となる。... 問題を解いてみよう ...。

なめらかな床の上に質量 M の台車 A がある。その上に質量 m の物体 B が置いてあり、台を大きさ F の力で弾き続けたところ A と B は一体となって運動し

た。このとき、物体の加速度を求めよ。

[これを解くには] まず、運動の公式により運動方程式を立てる。A から B に働く静止摩擦力を f とすると

$$\begin{aligned} Ma &= F - f \\ ma &= f \end{aligned}$$

を得る。この2式を足し合わせると

$$(M+m)a = F$$

となる。変形して、最終的に

$$a = \frac{F}{M+m}$$

を得る。これが求める答え。[高校生にとって] 数値の式は計算できるが、抽象的な文字の計算はなかなかむずかしい。右辺から左辺、あるいはその逆の移行でさえ、よく間違える。運動方程式を $F=ma$ としないで $ma=F$ とする理由がここにある。高校物理の授業では運動方程式を使って加速度を求めることが基本にあるからだ。... 運動の公式を $ma=F$ としておけば、加速度 a が既に左辺にあるので、右辺から移行してくる時の間違いを避けられるではないか! (... は中略、[] は補完)。こちらは、山本とは異なり記述法や定義に関するこだわりが少ない。しかしやはり $ma=F$ が相応しく、その理由は学校教育上の配慮であろうということだ。

質量 m の因果関係

運動方程式を加速度の定義と考え、質量 m も含め [結果]=[原因] に従い数式として記述すると、

$$a \propto \frac{F}{m} \quad (3)$$

ということになる。プリンキピアからわかるのはここまでである。運動の法則の数式を上記のように $a=F/m$ にとどめている資料⁽⁵⁾もあるし、高等学校物理の教科書も、まず $a=k(F/m)$ を示してから $ma=F$ に至る説明が多い。ここの比例式も先程も述べたように、等式と思って良い。

質量 m は第2法則に先立って定義されているから、原因か結果かと言えば、原因にあたる。力がかかった結果質量が生じたわけではなく、同じ力をかけても質量次第でその物体の加速度は異なるよということだから、結果に影響を及ぼす原因なのである。したがって [結果]=[原因] の規則に則れば、質量 m は右辺にあるべきということになる。勿論、測定された加速度に基いて、そこから質量を計算することもあろうけれども、それでも力や加速度によって質量に変化が生じる

ことは古典力学の世界では起こらない。よって原因である質量 m が左辺に位置する $ma=F$ という記述法は、この意味では完璧ではない。その意味では式(3)のような記述がより相応しいのだが、分数表記には注意が必要で、質量に0を入れる場合を想定して別途定義をしなければならない。したがって根本的方程式は、分数の部分が無い方が良いと言える。

$F=ma$ の利点

$F=ma$ が視覚的に安定しているという以外に、質量 m の位置に関すれば m が右辺に存在する良さがあり、 $W=mg$ との対応もが良い。さらに力に焦点がある場合、慣性力 f の説明には

$$f = -ma$$

そして慣性力の一例である遠心力の大きさ f についても

$$f = ma$$

と高校物理の教科書に躊躇なく記載されている。ここでの対応も、 $F=ma$ がより直感的で分かりやすいのではないだろうか。

また d'Alembert の原理は、

$$F - ma = 0$$

と表されるが、これに至る過程も $ma=F$ でなく $F=ma$ からの方が分かりやすい。もっと言えば、d'Alembert 自身が $ma=F$ を念頭にしていれば、 $ma-F=0$ か、さもなくば $0=F-ma$ としていたのではないだろうか。 $F=ma$ の利点といっても以上のごとくであり、これらは $F=ma$ にこだわる強力な根拠とまでは言えない。

日本特異的な $ma=F$

以上のように $ma=F$ にこだわる根拠はよくわかるし、その根拠には、単にこだわりと言ってはならない重みを含んでいる。確かに高校物理の教科書も確認したものは全て $ma=F$ である⁽⁶⁻¹⁰⁾。 $F=ma$ と書くと厳しく注意する高校教諭もいるようだ。放送大学の講師の説明も、大学教養過程向けの教科書⁽¹¹⁾の記載も同様であった。さらに2017年の日本物理学会春季大会において、運動方程式の話題が出た時に、演者は口頭で $ma=F$ と言っていた。そうとなればもはや $ma=F$ ではないかとなるのが普通だろうが、それでもどうも腑に落ちない私は、試しにインターネットで検索してみた。 $ma=F$ または $F=ma$ をキーワードにすると、ヒットする Web サイトが交錯するので定量的な解析は難しいのだが、興味深い傾向が出た。文章だけでなく図表なども含め、 $ma=F$ と記述してあるものは日本

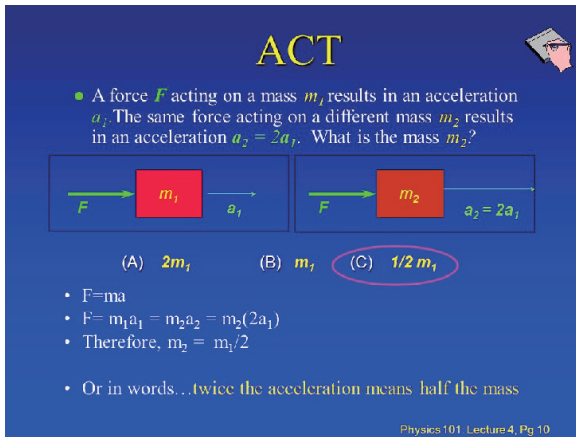


図 3. 英語圏の運動の法則講義資料 1
(<http://slideplayer.com/slide/4232223/>)

の Web サイトのみなのである。英語の Web サイトでは、 $F=ma$ という表記しか確認できなかった⁽¹²⁻¹⁶⁾(図 3)。引用文献としてここに挙げたものはわずかだが、 $ma=F$ がある外国語の Web サイトをどうにかして探し出そうと、“Newton”, “Law of motion” をキーワードにしても、どうもうまくいかない。また日本人の書いたものも、 $ma=F$ が優位^(17, 18)ではあるものの大学の講義資料などに $F=ma$ も見られる⁽¹⁹⁻²¹⁾。この現象を端的に示すのが、Wikipedia の日本語版と英語版の運動の法則についての記述法の相異である。“ニュートンの運動方程式” という標題の日本語ページを見ると、そこでの記述は、

$$m\mathbf{a} = m \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{F} \quad (4)$$

となっており ($d^2\mathbf{r}/dt^2$ は、位置 \mathbf{r} の時間 t による二階微分)、式 (4) はつまり $ma=F$ なのに対し、“Newton’s laws of motion” という標題の英語ページでは、

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = m\mathbf{a} \quad (5)$$

($d\mathbf{v}/dt$ は、速度 \mathbf{v} の時間 t による一階微分。 $d^2\mathbf{r}/dt^2$ と同じで加速度のこと) で、すなわち式 (5) の示すのは $F=ma$ で、両者は見事に逆なのである。Wikipedia の記述がどこまで信頼できるかという問題はあるが、学術的な記述に関しては概ね信頼できると考えられる。知識の不十分な者には書くことが不可能であるし、もし不正確な記述があれば直ちに指摘され、より専門的な者により訂正されるであろうからである。さらに記述者が特定できないことにより、個人の見解でなく世相がより反映されている可能性もあり、この相違は非常に興味深い。

ガラパゴス化なのだろうか

特定の分野でのみ盛んに使われる学術用語がいくつかある。“繊維”と“線維”が有名である。コラーゲンセンイ (collagen fiber) や、センイ芽細胞 (fibroblast) の“センイ”にあてる漢字が学術分野により異なるのである。生物学系の分野では、一般的な漢字である繊維が用いられるが、医歯薬学系では線維と表記される。この表記のみから著者の生い立ちが分かり便利な面もあるのだが、同じ概念に与える漢字が分野によって異なるというのは良いことではない。fiber を連想しにくい線維という漢字表記にこだわる必要はないように思われる。

教育現場独特の用語もある。高校生物の教科書に、“水素伝達系”という用語が載っていた時代がある。代謝システムの中の、解糖系、クエン酸回路に続く酸化的リン酸化過程のことである。ここで ADP をリン酸化して ATP を産生するための役者には、確かに水素イオンと電子がある。しかし複合体間で伝達されるのは電子であり水素イオンではない。その機能から明らかに誤りなので、“Hydrogen Transport System” などという学術用語は存在しないのだが、“水素伝達”という日本語が文部科学省により是とされていた。

運動方程式に戻れば、これを $ma=F$ とするのは高校物理のみではない。また少なくとも物体に加えた力により加速度が生じるという因果関係からは納得ができる記述法である。しかしこれが事実として日本以外では見られない。勿論運動方程式力の定義であるのか加速度の定義であるのかという議論は世界中で行われている。にもかかわらず国際的には方程式の定義論争が記述法に波及してはしないのである。この理由については今後の課題とさせていただきたい。

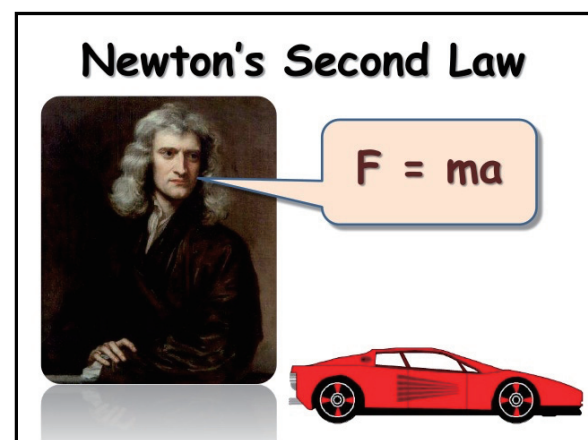


図 4. 英語圏の運動の法則講義資料 2
(https://www.slideshare.net/amal_sweis/force-and-motion-power-point-for-the-9th-grade-students)

引用文献

- (1) 山本義隆著、『古典力学の形成 - ニュートンからラグランジュへ』日本評論社、ISBN4-535-78243-1.
- (2) 和田純夫著、『プリンキピアを読む』講談社ブルーバックス、ISBN978-4-06-257638-3.
- (3) 山本義隆著、『新・物理学入門、増補改訂版』駿台受験シリーズ 駿台文庫 ISBN4-7961-1618-4
- (4) 保江邦夫監修、岡山物理アカデミー編、『早わかり物理 50 の公式』講談社ブルーバックス。ISBN978-4-06-257543-0
- (5) 坂本浩一、ニュートンの運動法則と運動量保存則、力学講義ノート、首都大学東京理学研究科物理教室 ESR subgroup.
<http://spinman.phys.se.tmu.ac.jp/Lecture/Mech/Nlaw/Nlaw.html>
- (6) 文部科学省検定済 高等学校理科用教科書『新編 物理基礎』東京書籍 ISBN978-4-487-18740-9
- (7) 高木堅志郎・植松恒夫編、『物理基礎』文部科学省検定済高等学校理科用教科書。啓林館 ISBN978-4-402-03745-1
- (8) 文部科学省検定済 高等学校理科用教科書『新編 物理基礎』数研出版 ISBN978-4-410-81175-3
- (9) 文部科学省検定済 高等学校理科用教科書『物理基礎』数研出版 ISBN978-4-410-81102-9
- (10) 佐藤文隆・小牧研一郎著、『高校物理基礎』文部科学省検定済 高等学校理科用教科書、実教出版 ISBN978-4-407-20189-5
- (11) 原 康夫著、『物理学基礎 第5版』学術図書出版社 ISBN978-4-7806-0525-9
- (12) Tuckerman M. Newton's Law of Motion; New York University.
http://www.nyu.edu/classes/tuckerman/mol.dyn/lectures/lecture_1/node2.html
- (13) Open Yale Courses: Fundamentals of Physics; Yale University.
<http://oyc.yale.edu/physics/phys-200/lecture-3>
- (14) Siva A, Banerjee A, Sahariar M et al. Newton's Laws of Motion; Math and Science Done Right. <https://brilliant.org>
- (15) Glen Research Center. Newton's Laws of Motion. NASA. <https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/newton.html>
- (16) Henderson T. Newton's Second Law- The Physics Classroom.
<http://www.physicsclassroom.com/class/newtlaws/Lesson-3/Newton-s-Second-Law>
- (17) 東京電機大学 量子力学 I (暫定版) 講義資料 http://www.u.dendai.ac.jp/~kuni/quantum_mechanics_I.pdf
- (18) 小西克享, 運動方程式の解き方, 機械工学学習支援センター, 埼玉工業大学. https://www.sit.ac.jp/user/konishi/JPN/L_Support/SupportPDF/HowToSolveEquationOfMotion.pdf
ma=F
- (19) 第2章 - 運動の法則, 平成28年度基幹物理学IA 講義資料, 九州大学総合理工学府量子プロセス理工学専攻, 非線形物性学研究室. <http://www.asem.kyushu-u.ac.jp/qq/qq02/kikanbuturi/chap2.pdf>
- (20) 石島秋彦 生体機能分子計測研究室ホームページ, 大阪大

学大学院生命機能研究科

<http://www.fbs.osaka-u.ac.jp/labs/ishijima/Physics-02.html>

- (21) 大上雅史著、『ニュートン力学と微分方程式の意味がわかる』ベレ出版。ISBN4-86064-090-X C0042.